الحزمة na-position

version1.0

لرسم جداول الوضعية النسبية بين منحنى و مستقيم

2017/08/20

---

package-na-position. package-na-position

محمد
سليم بو
ناعم

قائمة المحتويات

مقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

لقد وفقنا الله تعالى لإنشاء حزمة سمّيت na-position ، تهتم برسم مختلف جداول الوضعيّة النّسبيّة بين منحنى و مستقيمه المقارب ، أو بين منحنى و مماسه.
إن رسم جداول الوضعيّة النّسبيّة يتطلب برمجيات مختلفة مثل GeoGebra و غيّرها وذلك قد يستغرق وقتا و جهدا معتبرا ، لكن هذه الحزمة ستختصر لك الوقت بقدر كبير في رسم تلك الجداول و يتم ذلك بمجرّد كتّابة تعليمات بسيطة ، سنفصّل فيها فيما بعد .
الحزمة أنشأها الأستاذين : ناعم محمّد و سليم بو ، هناك ملاحظة مهمّة و هي أنه إقتصرنا على رسم جداول الوضعيّة في الحالات التي يكون التقاطع بين المنحنى و المستقيم في نقطة أو حالات عدم التّقاطع لأنه لرسم جداول الوضعيّة عندما يكون التّقاطع في أكثر من نقطة ليس بالأمر الهيّن .

نبذة عن الحزمة — **الحزمة na-position**

الحزمة na-position تعتمد أساسا على الحزمتين tkz-tab و listofitems ، بمعنى آخر لكي تعمل هذه الحزمة عليك بتثبيت الحزمتين tkz-tab و listofitems على Live TeX ، الحزمة na-position تعمل مع الحزمة polyglossia عند المعالجة بـ XeLaTeX

1 حالة التقاطع بين المنحنى و المستقيم في نقطة

لتكن الدّالّة f المعرّفة على المجموعة D_f) ، (C_f) منحناها البياني ، (Δ) مستقيم (مقارب لـ (C_f) أو مماس لـ (C_f)) ، نفرض أنّ (C_f) و (Δ) متقاطعان في النّقطة $A(\alpha, f(\alpha))$.

1.1 حالة D_f من الشكل $[a,b]$ أو $]-\infty;+\infty[$

◁ إذا كانت $D_f=[a;b]$ أو $D_f=]-\infty;+\infty[$ حيث a و b عددان حقيقيان ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيّة بين (C_f) و (Δ) سميته الوضعيّة \posaa ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

```
\posaa[الطرف أول ,\alpha , الطرف ثاني](إشارة ± ,إشارة ±){إحداثيات نقطة التقاطع}
```

- الطرف الأوّل يعني الطرف الأيسر في مجموعة التّعريف
- الطرف الثاني يعني الطرف الأيمن في مجموعة التّعريف
- `\alpha` فاصلة نقطة التّقاطع
- إشارة ± الموجودة بين قوسين هي إشارة الوضعيّة حسب تواجد (C_f) بالنّسبة إلى (Δ) بمعنى إذا كان (C_f) فوق (Δ) نكتب + و إذا (C_f) تحت (Δ) نكتب −
- الحاضنتين الأخيرتين في التّعليمة `\posaa` نكتب إسم نقطة التّقاطع و إحداثياتها

مثال أول

لتكن الدّالّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=e^x$ و ليكن (Δ) مماس (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 أي معادلة لـ (Δ) هي : $y=x+1$ ، نعلم أنّ (C_f) فوق (Δ) من أجل كلّ عدد حقيقي و (C_f) يقطع (Δ) في النّقطة $A(0;1)$ ، إذن تعليمة رسم جدول الوضعيّة بين (C_f) و (Δ) تكون كما يلي :

```
\posaa[-\infty,0,+\infty](+,+){A(0;1)}
```

و تحصل بعد كتابة تلك التّعليمة و المعالجة بـ XeLaTeX (بعد أن نكتب مع الحزم `\usepackage{na-position}`) على الجدول التّالي :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(0;1)$	(C_f) فوق (Δ)

```
\posaa[-\infty,0,+\infty](+,+){A(0;1)}
```

مثال ثاني

لتكن f دالّة معرّفة على $\mathbb{R}$ أو على مجال من الشّكل $[a;b]$ ، (Δ) مستقيم مقارب لـ (C_f) ، نفرض أنّ (Δ) يقطع (C_f) في النّقطة $\Omega(\alpha, f(\alpha))$ ، هذه مختلف حالات جداول الوضعيّة بين (Δ) و (C_f)

1) حالة $D_f=]-\infty;+\infty[$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)

```
\posaa[-\infty,\alpha,+\infty](-,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)

```
\posaa[-\infty,\alpha,+\infty](+,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)

```
\posaa[-\infty,\alpha,+\infty](-,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)

```
\posaa[-\infty,\alpha,+\infty](+,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

2) حالة $D_f=[a;b]$

x	a	α	b
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)

```
\posaa[a,\alpha, b](-,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a	α	b
$f(x)-y$	$+$	0	$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)

```
\posaa[a,\alpha, b](+,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a	α	b
$f(x)-y$	$-$	0	$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)

```
\posaa[a,\alpha, b](-,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a	α	b
$f(x)-y$	$+$	0	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)

```
\posaa[a,\alpha, b](+,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

2.1 حالة D_f من الشكل $]a,b]$ أو $]a;+\infty[$

⊲ إذا كانت $D_f=]a;+\infty[$ أو $]a;b]$ حيث a و b عددان حقيقيان ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيية بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة \posab ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

```
\posab[الطرف أول,\alpha, الطرف ثاني](± إشارة,± إشارة){إحداثيات نقطة التقاطع}
```

أمثلة

x	a		α		$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$+$	0	$+$	
الوضعية	‖	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha; f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)	

```
\posab[a,\alpha, +\infty](+,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a		α		$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$-$	0	$+$	
الوضعية	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha; f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)	

```
\posab[a,\alpha, +\infty](-,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a		α		$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$-$	0	$-$	
الوضعية	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha; f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	

```
\posab[a,\alpha, +\infty](-,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a		α		$+\infty$
$f(x)-y$	||	$+$	0	$-$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	

```
\posab[a,\alpha, +\infty](+,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a		α		b
$f(x)-y$	||	$+$	0	$-$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	

```
\posab[a,\alpha, b](+,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

f دالّة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني ؛ (Δ) مقارب لـ (C_f) و يقطعه في النّقطة $A\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$ ، جدول الوضعيّة و تشفيره كما يلي :

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-y$	||	$+$	0	$-$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$	(C_f) تحت (Δ)	

```
\posab[0,1, +\infty](+,-){A\left( 1 ;\dfrac{1}{2}\right) }
```

3.1 حالة D_f من الشكل $[a,b[$ أو $]-\infty;b[$

◁ إذا كانت $D_f=]-\infty;b[$ أو $[a;b[$ حيث a و b عددان حقيقيان ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيبة بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة ، الشكل العام لتعليمة \posac رسمه كما يلي :

`\posac[الطرف أول, \alpha, الطرف ثاني](إشارة ±, إشارة ±){إحداثيات نقطة التقاطع}`

<u>أمثلة</u>

x	$-\infty$		α		b
$f(x)-y$		$+$	0	$+$	‖
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)	‖

```
\posac[-\infty,\alpha, b](+,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$		α		b
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	‖
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)	‖

```
\posac[-\infty,\alpha, b](-,+){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$		α		b
$f(x)-y$		$-$	0	$-$	‖
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	‖

```
\posac[-\infty,\alpha, b](-,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$		α		b
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	‖
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	‖

```
\posac[-\infty,\alpha, b](+,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$		α		b
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	‖
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	‖

```
\posac[-\infty,\alpha, b](+,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

x	a		α		b
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	‖
الوضعيّة		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النّقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	‖

```
\posac[a,\alpha, b](+,-){\Omega(\alpha ;f(\alpha))}
```

f دالّة معرّفة على المجال $]-\infty;2[$ ، (C_f) تمثيلها البياني ؛ (Δ) مقارب لـ (C_f) و يقطعه في النّقطة $M(0.5,\sqrt{2})$ ، جدول الوضعيّة و تشفيره كما يلي :

x	$-\infty$		0.5		2
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	‖
الوضعيّة		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النّقطة $M(0.5;\sqrt{2})$	(C_f) تحت (Δ)	‖

```
\posac[-\infty,0.5, 2](+,-){M(0.5;\sqrt{2})}
```

مُلاحَظة

الإشارتين $+$ و $-$ الموجودة بين قوسين في كلّ التّعليمات السّابقة تتعلق بوضعيّة (C_f) بالنّسبة إلى (Δ) ، حيث إذا كان (C_f) فوق (Δ) نكتب $+$ و إذا كان (C_f) تحت (Δ) نكتب $-$ حسب الوضعية المتوفّرة لديك.

4.1 حالة D_f من الشكل $[a,b[\cup]b,c]$ أو $]-\infty;b[\cup]b,+\infty[$

f دالّة عدديّة معرّفة على المجموعة $D_f=[a,b[\cup]b,c]$ و فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $[a,b[$ أو $D_f=]-\infty;b[\cup]b,+\infty[$ و فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $]-\infty;b[$ ، في هذه الحالة لرسم جدول الوضعيّة سميّتها `\posad` ، الشّكل العام لهذه التّعليمة هو

`\posad[الطرف أول, فاصلة نقطة التقاطع, القيمة المحذوفة, الطرف الثاني](إشارة ±, إشارة ±, إشارة ±){إحداثيات نقطة التقاطع}`

- الطرف الأوّل يعني الطرف الأيسر في مجّموعة التّعريف و هو a في حالة $D_f=[a,b[\cup]b,c]$ و هو $-\infty$ في حالة $D_f=]-\infty;b[\cup]b,+\infty[$
- القيمة المحذوفة هي b في حالة $D_f=[a,b[\cup]b,c]$ أو $D_f=]-\infty;b[\cup]b,+\infty[$
- الطرف الثاهي هو c في حالة $D_f=[a,b[\cup]b,c]$ و هو $+\infty$ في حالة $D_f=]-\infty;b[\cup]b,+\infty[$
- الإشارات ± هي الإشارتين + أو − حسب وضع المستقيم (Δ) بالنّسبة للمنحنى (C_f) ، حيث + عندما يكون (C_f) فوق (Δ) و − عندما يكون (C_f) تحت (Δ)

<u>أمثلة</u>

مثال أول

```
\posad[-\infty,\alpha,2,+\infty](-,+,-){\Omega(\alpha;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$		α		2		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	‖	$-$	
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) فوق (Δ)	‖	(C_f) تحت (Δ)	

مثال ثاني

```
\posad[-\infty,-1,0,+\infty](+,-,-){A(-1;f(-1))}
```

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(-1;f(-1))$	(C_f) تحت (Δ)	‖	(C_f) تحت (Δ)	

مثال ثالث

```
\posad[-5,-2,1,5](+,-,-){A(-2;f(-2))}
```

x	-5	-2	1	5
$f(x)-y$	$+$	0	$-$ ‖	$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(-2;f(-2))$	(C_f) تحت (Δ) ‖	(C_f) تحت (Δ)

مُلاحَظة

يمكن تطبيق التّعليمة \posad في حالة $D_f=[a,b[\cup]b,+\infty[$ مع فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $[a,b[$ ، و أيضا في حالة $D_f=]-\infty,b[\cup]b,a]$ مع فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $]-\infty,b[$

مثال

```
\posad[-\infty,-4,1,2](-,-,+){A(-4;f(-4))}
```

x	$-\infty$	-4	1	2
$f(x)-y$	$-$	0	$-$ ‖	$+$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(-4;f(-4))$	(C_f) تحت (Δ) ‖	(C_f) فوق (Δ)

5.1 الوضعية \posae

f دالّة عدديّة معرّفة على المجموعة $D_f=[a,b[\cup]b,c]$ و فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $]b,c[$ أو $D_f=]-\infty;b[\cup]b,+\infty[$ و فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $]b;+\infty[$ ، في هذه الحالة لرسم جدول الوضعيّة سمّيتها \posae ، الشّكل العام لهذه التّعليمة هو

```
\posae [الطرف أول , القيمة المحذوفة , فاصلة نقطة التقاطع , الطرف الثاني] (± إشارة , ± إشارة , ± إشارة) {إحداثيات نقطة التقاطع}
```

أمثلة

مثال أول

```
\posae[-\infty,2,\alpha,+\infty](-,+,-){\Omega(\alpha;f(\alpha))}
```

x	$-\infty$		2		α		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	||	$+$	0	$-$	
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	||	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(\alpha;f(\alpha))$	(C_f) تحت (Δ)	

مثال ثاني

```
\posae[-\infty,-1,0,+\infty](+,-,-){A(0;f(0))}
```

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	||	$-$	0	$-$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	||	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(0;f(0))$	(C_f) تحت (Δ)	

مثال ثالث

```
\posae[-5,-2,1,5](+,-,-){A(1;f(1))}
```

x	-5	-2	1	5
$f(x)-y$	$+$ ‖	$-$	0	$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;f(1))$	(C_f) تحت (Δ)

مُلاحَظة

يمكن تطبيق التّعليمة \posae في حالة $D_f=[a,b[\cup]b,+\infty[$ مع فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $]b,+\infty[$ ، و أيضا في حالة $D_f=]-\infty,b[\cup]b,a]$ مع فاصلة نقطة التّقاطع من المجال $]b,a]$

مثال

```
\posae[-\infty,-4,1,2](-,-,+){A(1;f(1))}
```

x	$-\infty$	-4	1	2
$f(x)-y$	$-$ ‖	$-$	0	$+$
الوضعية	(C_f) (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;f(1))$	(C_f) فوق (Δ)

2 حالة عدم التقاطع بين المنحنى و المستقيم

في حالة عدم التّقاطع بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ، سميّت هذه الوضعيّة \posb و فيها الحالات المواليّة حسب مجموعة تعريف الدّالّة f

1.2 حالة D_f من الشكل $[a,b]$ أو $]-\infty;+\infty[$

$]-\infty;+\infty[$ أو $[a,b]$ من الشكل D_f حالة

◁ إذا كانت $D_f=[a;b]$ أو $D_f=]-\infty;+\infty[$ حيث a و b عددان حقيقيان ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيّة بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة \posba ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

```
\posba[الطرف أول , الطرف ثاني](± إشارة)
```

- الطرف الأوّل يعني الطرف الأيسر في مجموعة التّعريف
- الطرف الثاني يعني الطرف الأيمن في مجموعة التّعريف
- إشارة ± الموجودة بين قوسين هي إشارة الوضعيّة حسب تواجد (C_f) بالنّسبة إلى (Δ) بمعنى إذا كان (C_f) فوق (Δ) نكتب + و إذا (C_f) تحت (Δ) نكتب −

أمثلة

مثال أول

```
\posba[-\infty,+\infty](-)
```

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)-y$	$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)

مثال ثاني

```
\posba[-\infty,+\infty](+)
```

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)-y$	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)

مثال ثالث

```
\posba[a,b](+)
```

x	a $\qquad\qquad$ b
$f(x)-y$	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)

مثال رابع

```
\posba[a,b](-)
```

x	a $\qquad\qquad$ b
$f(x)-y$	$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)

2.2 حالة D_f من الشكل $]a,b]$ أو $]a;+\infty[$

◁ إذا كانت $D_f=]a;b]$ أو $D_f=]a;+\infty[$ حيث a و b عددان حقيقيان ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيّة بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة \posbb ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

```
\posbb[الطرف أول , الطرف ثاني](± إشارة)
```

أمثلة

مثال أول

```
\posbb[a,+\infty](-)
```

x	a $\qquad$ $+\infty$
$f(x)-y$	$-$
الوضعية	(Δ) تحت (C_f)

مثال ثاني

```
\posbb[a,+\infty](+)
```

x	a $\qquad$ $+\infty$
$f(x)-y$	$+$
الوضعية	(Δ) فوق (C_f)

مثال ثالث

```
\posbb[a,b](+)
```

x	a $\qquad$ b
$f(x)-y$	$+$
الوضعية	(Δ) فوق (C_f)

مثال رابع

```
\posbb[a,b](-)
```

x	a $\qquad\qquad$ b
$f(x)-y$	‖ $-$
الوضعية	‖ (Δ) تحت (C_f)

3.2 حالة D_f من الشكل $[a,b[$ أو $]-\infty;b[$

◁ إذا كانت $D_f=]-\infty;b[$ أو $[a;b[$ حيث a و b عددان حقيقيان ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيية بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة \posbc ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

```
\posbc[الطرف أول , الطرف ثاني](± إشارة)
```

أمثلة

مثال أول

```
\posbc[-\infty,b](+)
```

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ b
$f(x)-y$	$+$ ‖
الوضعية	(Δ) فوق (C_f) ‖

مثال ثاني

```
\posbc[-\infty,b](-)
```

x	$-\infty$ $\qquad$ b
$f(x)-y$	$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)

مثال ثالث

```
\posbc[a,b](-)
```

x	a $\qquad$ b
$f(x)-y$	$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)

مثال رابع

```
\posbc[a,b](+)
```

x	a $\qquad$ b
$f(x)-y$	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)

4.2 حالة D_f من الشكل $]-\infty;a[\cup]a;+\infty[$ أو $[a,c[\cup]c,b]$

حالة D_f من الشكل $]-\infty;a[\cup]a;+\infty[$ أو $[a,c[\cup]c,b]$

◁ إذا كانت $D_f=]-\infty;a[\cup]a;+\infty[$ أو $D_f=[a,c[\cup]c,b]$ حيث a,b,c أعداد حقيقيّة ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيية بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة `\posbd` ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

`\posbd` [الطرف أول ,القيمة الممنوعة , الطرف ثاني] (± إشارة, ± إشارة)

◆ القيمة الممنوعة هي القيمة الغير موجودة في مجموعة التّعريف ، حيث إذا كنت $D_f =]-\infty; a[\cup]a; +\infty[$ فإنّ القيمة الممنوعة هي a و إذا كانت $D_f = [a, c[\cup]c, b]$ فإنّ القيمة الممنوعة هي c

أمثلة

مثال أول

```
\posbd[-\infty,\alpha,+\infty](+,+)
```

x	$-\infty$ α	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

مثال ثاني

```
\posbd[-\infty,a,+\infty](-,+)
```

x	$-\infty$ a	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	$+$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

مثال ثالث

```
\posbd[-\infty,a,+\infty](-,-)
```

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$		$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

مثال رابع

```
\posbd[-\infty,\theta,+\infty](+,-)
```

x	$-\infty$	θ	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$		$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

مثال خامس

```
\posbd[a,\theta,b](+,-)
```

x	a	θ	b
$f(x)-y$	$+$		$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

مُلاحظـة

يمكن إستعمال التّعليمة \posbd إذا كانت أيضا D_f من الأشكال التّاليّة ؛ $[a,c[\cup]c;+\infty[$ أو $]-\infty,c[\cup]c;b]$ حيث في كلا من الحالتين القيمة الممنوعة هي c

5.2 حالة D_f من الشكل $]-\infty;a[\cup]b;+\infty[$ أو $[c,a[\cup]b,d]$

$[c,a[\cup]b,d]$ أو $]-\infty;a[\cup]b;+\infty[$ حالة D_f من الشكل

◁ إذا كانت $D_f=]-\infty;a[\cup]b;+\infty[$ أو $D_f=[c,a[\cup]b,d]$ حيث a,b,c,d أعداد حقيقيّة ، فإن جدول الوضعيّة النّسبية بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة \posbe ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

```
\posbe[الطرف أول ,القيمة الممنوعة الأولى ,القيمة الممنوعة الثانية, الطرف ثاني](إشارة ± ,إشارة ±)
```

◈ القيمة الممنوعة الأولى هي a و القيمة الممنوعة الثانيّة هي b في حالة $D_f=]-\infty;a[\cup]b;+\infty[$ أو $D_f=[c,a[\cup]b,d]$

أمثلة

مثال أول

```
\posbe[-\infty,1,2,+\infty](+,+)
```

x	$-\infty$ 1	2 $+\infty$
$f(x)-y$	$+$	$+$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

مثال ثاني

```
\posbe[-\infty,a,b,+\infty](-,-)
```

x	$-\infty$ a	b $+\infty$
$f(x)-y$	$-$	$-$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) تحت (Δ)

مثال ثالث

```
\posbe[-\infty,\alpha,\theta,+\infty](-,+)
```

x	$-\infty$	α	θ	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$			$+$
الوضعية	(Δ) تحت (C_f)			(Δ) فوق (C_f)

مثال رابع

```
\posbe[-\infty,\dfrac{1}{2},\sqrt{2},+\infty](+,-)
```

x	$-\infty$	$\dfrac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$			$-$
الوضعية	(Δ) فوق (C_f)			(Δ) تحت (C_f)

ملاحظة

يمكن إستعمال التّعليمة `\posbe` إذا كانت أيضا D_f من الأشكال التّاليّة ؛ $[c,a[\cup]b;+\infty[$ أو $]-\infty,a[\cup]b;d]$ حيث في كلا من الحالتين المجال الممنوع هو $[a,b]$

و هذا مثال عن ذلك :

مثال

```
\posbe[-\infty,-1,1,2](-,+)
```

x	$-\infty$	-1	1	2
$f(x)-y$	$-$		$+$	
الوضعية	(Δ) تحت (C_f)		(Δ) فوق (C_f)	

6.2 حالة D_f من الشكل $]-\infty;a]\cup[b;+\infty[$ أو $[c,a]\cup[b,d]$

◁ إذا كانت $D_f=]-\infty;a]\cup[b;+\infty[$ أو $D_f=[c,a]\cup[b,d]$ حيث a,b,c,d أعداد حقيقيّة ، فإن جدول الوضعيّة النّسبيية بين (C_f) و (Δ) سميّته الوضعيّة \posbf ، الشكل العام لتعليمة رسمه كما يلي :

```
\posbf [الطرف أول ,القيمة الأولى ,القيمة الثانية ,الطرف ثاني] (± إشارة ,± إشارة)
```

◆ القيمة الأولى هي a و القيمة الثانيّة هي b إذا كانت $D_f=]-\infty;a]\cup[b;+\infty[$ أو $D_f=[c,a]\cup[b,d]$

أمثلة

مثال أول

```
\posbf[-\infty,1,2,+\infty](+,+)
```

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$		$+$	
الوضعية	(Δ) فوق (C_f)		(Δ) فوق (C_f)	

مثال ثاني

```
\posbf[-\infty,-2,3,+\infty](-,+)
```

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$			$+$
الوضعية	(Δ) تحت (C_f)			(Δ) فوق (C_f)

مثال ثاني

```
\posbf[-\infty,-2,3,+\infty](-,-)
```

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$			$-$
الوضعية	(Δ) تحت (C_f)			(Δ) تحت (C_f)

مثال ثالث

```
\posbf[-5,1,2,5](-,-)
```

x	-5	1	2	5
$f(x)-y$	$-$			$-$
الوضعية	(Δ) تحت (C_f)			(Δ) تحت (C_f)

مُلاحظـة

يمكن إستعمال التّعليمة `\posbf` إذا كانت أيضا D_f من الأشكال التّاليّة ؛ $[c,a]\cup[b;+\infty[$ أو $]-\infty,a]\cup[b;d]$ حيث في كلا من الحالتين المجال الممنوع هو $[a,b]$

مثال

```
\posbf[1,1.5,2,+\infty](+,-)
```

x	1	1.5	2	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$			$-$
الوضعية	(Δ) فوق (C_f)			(Δ) تحت (C_f)

ملاحظة

في كلّ الحالات السّابقة ، لو تلاحظ كان إسم المنحنى (C_f) و إسم المستقيم (Δ) ، لتغيّرهما ، فقط نضيف التّعليمتين

```
\def\Nplot{اسم المنحنى}
\def\Nline{إسم المستقيم}
```

قبل التّعليمات pos

مثال

```
\def\Nplot{C\sb{\ell}}
\def\Nline{T}
\posbf[1,1.5,2,+\infty](+,-)
```

x	1	1.5	2	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$			$-$
الوضعية	(T) فوق (C_ℓ)			(T) تحت (C_ℓ)

خاتمة

في الأخير ، أقول أنّ الحزمة na-position تساعد على رسم أغلب حالات جداول الوضعيّة بين منحنى و مستقيمه المقارب أو مماسه ، لكن ليس كلّ الحالات ، لانّ ذلك الأمر للأسف قد إستعصي عليّا ، نتمنى أن تكون هذه الحزمة بداية لإنشاء حزمة أشمل تعطي كلّ حالات الجداول مهما تغيّرت مجموعة تعريف الدّالة التي يمثلها المنحنى .

تقبلوا تحيات الأستاذين ناعم محمد و سليم بو